

ГИМНАЗИЈА

РАЗРЕД: ПРВИ

СМЈЕР: ОПШТИ И РАЧУНАРСКО-ИНФОРМАТИЧКИ

НАСТАВНИ ПРЕДМЕТ: МАТЕМАТИКА

Годишњи број часова: 144

Седмични број часова: 4

СВРХА НАСТАВНОГ ПРЕДМЕТА

Подстицање цјеловитог интелектуалног развоја ученика, кроз развијање способности логичког и критичког мишљења, аналитичког приступа и аргументованог закључивања.

Стицање математичке писмености, те разумијевање и употреба језика математике у различитим контекстима, што доприноси јасној и прецизној комуникацији, како унутар наставног процеса тако и у ширем друштвеном и научном окружењу.

Развијање вјештина рјешавања проблема и примјене математичких концепата у реалним ситуацијама у циљу стицања функционалног знања, и активног учешћа ученика у савременом дигиталном друштву.

Повезивање математике са другим наставним предметима и животним ситуацијама и изградња интердисциплинарног и примјенљивог знања.

Оснаживање ученика да развијају упорност, прецизност, самосталност, као и изградња позитивног односа према учењу, грешкама и сарадњи у процесу заједничког стицања знања.

ОПШТИ ЦИЉЕВИ ПРЕДМЕТА

- Развијање логичког мишљења, аналитичког приступа и способности рјешавања проблема.
- Подстицање тачности, прецизности и одговорности у математичком изражавању.
- Усвајање математичког језика и симбола ради ефикасне комуникације и разумијевања концепата.
- Јачање самосталности у раду, као и способности за тимски рад и сарадњу.
- Развијање самопоуздања кроз успјешно савладавање математичких изазова.

- Примјена математике у другим научним областима и свакодневним ситуацијама.
- Кориштење дигиталних алата за анализу, визуализацију и рјешавање математичких проблема.
- Развијање критичког размишљања и способности аргументованог закључивања.
- Подстицање упорности, стрпљења и толеранције на грешке у процесу учења.
- Развијање свијести о историјском, културном и друштвеном значају математике.

ПОСЕБНИ ЦИЉЕВИ ПРЕДМЕТА

- Разумијевање тригонометријских функција у правоуглом троуглу и њихова примјена у задацима.
- Развијање разумијевања појма вектора и основних операција са њима.
- Стицање сигурности у раду са реалним бројевима и њиховим операцијама.
- Овладавање техникама рада са алгебарским изразима и њиховом примјеном.
- Развијање просторне представе и разумијевања својстава геометријских фигура.
- Разумијевање линеарних функција и њихове примјене у моделовању реалних проблема.
- Стицање вјештина рјешавања линеарних једначина, неједначина и система једначина.
- Разумијевање пропорционалности у различитим математичким контекстима и реалним ситуацијама.
- Интерпретација и анализа података кроз елементарну статистику.

НАСТАВНЕ ТЕМЕ:

1. Тригонометрија правоуглог троугла
2. Вектори у равни
3. Реални бројеви
4. Полиноми и алгебарски изрази
5. Планиметрија
6. Линеарна функција
7. Линеарна једначина, неједначина и системи линеарних једначина
8. Пропорционалност
9. Елементарна статистика

Наставна тема: Тригонометрија правоуглог троугла			
Исходи учења	Активности ученика	Међупредметно повезивање	
<p>Ученик ће бити способан да:</p> <ul style="list-style-type: none"> - дефинише тригонометријске функције у правоуглом троуглу; - примјењује основне тригонометријске идентитете у тригонометријским изразима; - примјењује дефиниције основних тригонометријских функција оштрог угла правоуглог троугла на геометријским објектима и реалним ситуацијама, са и без употребе калкулатора; - примијени синусну и косинусну теорему на геометријске објекте и рјешавање проблема из свакодневног живота. 	<p>Ученик ће:</p> <ul style="list-style-type: none"> - рачунати вриједности тригонометријских функција за углове 0°, 30°, 45°, 60° и 90°; - креирати дигиталну табелу са вриједностима тригонометријских функција за углове 0°, 30°, 45°, 60° и 90°; - користити калкулатор или рачунарски програм за одређивање вриједности тригонометријских функција произвољног угла; - рачунати вриједности осталих тригонометријске функције ако је позната вриједност једне тригонометријске функције; - истраживати примјере из праксе у којима се користе тригонометријске функције; - рјешавати геометријске проблеме примјеном тригонометријских правила, укључујући синусну и косинусну теорему. 	<p>Предмет:</p> <p>Физика</p> <p>Географија</p> <p>Рачунарство и информатика</p> <p>Физичко васпитање</p>	<p>Тема:</p> <p>Кретање (Коси хитац, Брзина и убрзање на косој равни)</p> <p>Механички рад, снага и енергија</p> <p>Сила (Слагање и разлагање сила)</p> <p>Рељеф земљине површине (Одређивање висина планина и удаљености помоћу углова посматрања)</p> <p>Табеларна обрада података (Креирање табеле са вриједностима тригонометријских функција)</p> <p>Атлетика (Оптимални угао скока у атлетици (даљ, вис, трскок))</p>

		Рачунарство и информатика.	Рачунарски системи и организација података (Вектори су основа за креирање компјутерске графике и анимација. Ученици користе софтвере попут Desmos-а или GeoGebre за визуализацију вектора)
		Ликовна култура	Општи појмови у умјетности (Векторска графика. Вектори се користе у креирању дигиталне умјетности и дизајна. Ученици истражују разлику између растерске и векторске графике)

Наставна тема: Реални бројеви			
Исходи учења	Активности ученика	Међупредметно повезивање	
<p>Ученик ће бити способан да:</p> <ul style="list-style-type: none"> - опише основне подскупове скупа реалних бројева (\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{I}, \mathbb{R}); - објасни релације међу скуповима бројева: $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R}$, $\mathbb{Z} \subseteq \mathbb{R}$, $\mathbb{I} \subseteq \mathbb{R}$, $\mathbb{Q} \cap \mathbb{I} = \emptyset$; - обавља рачунске операције у скупу рационалних бројева; - изражава бројеве у различитим облицима (децимални, разломак, процентни облик) 	<p>Ученик ће:</p> <ul style="list-style-type: none"> - одређивати унију, пресјек, комплемент и разлику задатих скупова; - разврставати и груписати бројеве у одговарајуће скупове (\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{I}, \mathbb{R}); - приказивати реалне бројеве на бројевној правој, користећи и геометријску конструкцију за одређивање положаја 	<p>Предмет:</p> <p>Физика</p> <p>Хемија</p>	<p>Тема:</p> <p>Мјерење физичких величина (Ученици користе реалне бројеве при израчунавању физичких величина, процјењивању тачности мјерења и заокруживању вриједности (нпр. брзина, убрзање, густина))</p> <p>Хемијске реакције и хемијске једначине (Стехиометријски</p>

	<p>моделирање трошкова, кретање тијела);</p> <p>- поједностављивати алгебарске изразе примјеном основних алгебарских идентитета.</p>	Рачунарство и информатика	<p>реакције од концентрације реактаната)</p> <p>Тема: Раствори (Полиномске једначине описују равнотежне константе у растворима)</p> <p>Рачунарски системи и организација података (Анализа алгоритама: Полиномске функције се користе у прорачунима сложености алгоритама, нарочито у анализи временске сложености (нпр. квадратна сложеност))</p>
		Географија	<p>Атмосфера (Климатске промјене: Анализа температурних промјена кроз полиномијалне апроксимације података.</p> <p>Тема: Релјеф земљине површине (Теренске анализе: Полиномске функције користе се за моделирање висинских профила терена и топографске анализе)</p> <p>Тема: Биосфера и педосфера (Популациона динамика: Процјене раста популације у појединим областима могу бити представљене полиномским функцијама)</p>

Наставна тема: Планиметрија			
Исходи учења	Активности ученика	Међупредметно повезивање	
<p>Ученик ће бити способан да:</p> <ul style="list-style-type: none"> - разликује и дефинише основне геометријске појмове: тачка, права, раван, угао, многоугао, кружница и круг; - класификује углове, троуглове и четвороуглове према различитим критеријумима; - примјењује особине правилних многоуглова у рјешавању геометријских проблема; - примјењује основне особине круга и кружнице у задацима; - доказује одабрана тврђења из планиметрије; - формулише ставове о подударности троуглова; - користи ставове подударности при рјешавању геометријских проблема у троуглу и четвороуглу; - исказује ставове о карактеристичним тачкама троугла; - примјењује планиметријска тврђења у различитим проблемским ситуацијама. 	<p>Ученик ће:</p> <ul style="list-style-type: none"> - визуелно препознавати и скицирати основне геометријске фигуре; - груписати углове, троуглове и четвороуглове по њиховим својствима; - примијенити Питагорину теорему у различитим контекстима; - рачунати збир унутрашњих и спољашњих углова, као и број дијагонала конвексног многоугла; - користити дигиталне алате за мјерење углова и експериментално утврђивање односа између различитих углова; - доказивати важне теорема (нпр. о збиру углова у троуглу, паралелним правима) на класичан начин; - истраживати историјски развој планиметрије и живот значајних математичара; - примјењивати ставове о подударности дужи и углова у геометријским задацима; - примјењивати ставове о подударности троуглова у геометријским задацима. 	<p>Предмет:</p> <p>Физика</p> <p>Хемија</p> <p>Географија</p>	<p>Тема:</p> <p>Сила (Анализа сила и момента користи геометријске појмове као што су вектори, паралелограм сила и троугао сила)</p> <p>Атомска структура материје (Кристална структура – Атоми у кристалима су распоређени по одређеним геометријским обрасцима (тетраедар, октаедар) Молекуларна геометрија – Везе између атома у молекулима се описују угловима и облицима (линеарни, троугаони, тетраедарски молекули))</p> <p>Увод у физичку географију (Рад са географским картама користи планиметријске концепте (мјерила, координате, углови) Навигација и ГПС – Коришћење троуглова и углова у одређивању локација на Земљи)</p>

		Историја	<p>Тема: Рељеф земљине површине (Планиметрија се користи за анализу облика рељефа, израчунавање нагиба терена и површине басена ријека)</p> <p>Стари вијек (Резултати из геометрије који потичу од античких математичара (нпр. Питагора, Еуклид). Истраживање историје геометрије ученицима помаже не само да усвоје теоријске аспекте математике, већ и да уоче важност ових открића у контексту развоја науке и технологије)</p>
--	--	----------	--

Наставна тема: Линеарна функција			
Исходи учења	Активности ученика	Међупредметно повезивање	
<p>Ученик ће бити способан да:</p> <ul style="list-style-type: none"> - разликује појмове везане за правоугли координатни систем: исходиште координатног система, апсцисна и ординатна оса, апсциса и ордината тачке; - објасни основне појмове: функција, линеарна функција, домен, кодомен, нула функције, сложена функција, инверзна функција, график функције; - нацрта график линеарне функције у координатном систему; - анализира линеарну функцију: домен, кодомен, нуле, знак, монотоност; - интерпретира карактеристике линеарне функције са њеног графика (нула функције, знак, монотоност, пресјек са координатним осама); - графички представи и анализира линеарне функције са апсолутним вриједностима; - идентификује услове које двије праве требају да задовоље да би биле паралелне; - примијени линеарну функцију на рјешавање практичних проблема (кретање, приходи, трошкови). 	<p>Ученик ће:</p> <ul style="list-style-type: none"> - одређивати особине задате линеарне функције: нула функције, знак, монотоност, пресјек са координатним осама; - прецизно скицирати график линеарне функције; - користити рачунарске програме за представљање графика различитих функција у циљу разликовања линеарне функције од других функција; - употребом рачунарских програма анализирати како се график мијења када се мијења коефицијент уз независну промјенљиву или пресјек са ординатом; - користити табеларне и визуелне приказе да повеже функцију и њен график; - представљати и читати тачке са цјелобројним и реалним координатама у дводимензионом координатном систему, на папиру и у дигиталном окружењу; - читавати координате тачака са графика функције и интерпретирати их у контексту проблема; - моделовати и рјешавати задатке из свакодневног живота употребом линеарне функције; 	<p>Предмет:</p> <p>Физика</p> <p>Хемија</p> <p>Географија</p>	<p>Тема:</p> <p>Мјерење физичких величина (Линеарна зависност у кинематици. Ученици проучавају везу између физичких величина као што су пређени пут, вријеме и брзина у случају равномерног праволинијског кретања $s = vt$, или формуле за брзину код једнакоубрзаног кретања $v = v_0 + at$)</p> <p>Раствори Линеарна зависност концентрације и запремине раствора. Ученици анализирају линеарну зависност количине растворене супстанце од запремине раствора при константној концентрацији, односно зависност концентрације од количине супстанце при фиксној запремини)</p> <p>Атмосфера (Линеарни модели климатских промјена, пораст</p>

	<p>- рјешавати проблеме из стварног живота, као што су кретање, управљање приходима и трошковима, користећи линеарне моделе.</p>	<p>Рачунарство и информатика</p>	<p>температуре кроз вријеме. Ученици анализирају линеарне моделе који описују тренд пораста просјечне температуре током дужег временског периода, интерпретирају податке са графика и повезују их са глобалним климатским промјенама и њиховим посљедицама)</p> <p>Рачунарски системи и организација података (Употреба рачунарских програма за представљање линеарне функције. Ученици користе софтверске алате за графичко представљање линеарне функције, мијењају параметре функције и посматрају њихов утицај на положај и нагиб праве, чиме повезују математичке концепте са дигиталним вјештинама)</p>
--	--	----------------------------------	---

Исходи учења	Активности ученика	Међупредметно повезивање	
<p>Ученик ће бити способан да:</p> <ul style="list-style-type: none"> - објасни појмове: линеарна једначина, рјешење линеарне једначине, линеарна неједначина, рјешење линеарне неједначине, систем линеарних једначина, рјешење система линеарних једначина; - рјешава линеарне једначине са и без параметара; - анализира и процјењује добијена решења линеарних једначина у различитим контекстима; - саставља линеарне једначине и примјењује их при рјешавању проблема из праксе; - рјешава линеарне неједначине; - анализира рјешења система линеарних једначина са двије непознате; - саставља системе линеарних једначина са двије и три непознате и примјењује их за рјешавање реалних проблема. 	<p>Ученик ће:</p> <ul style="list-style-type: none"> - примјењивати различите технике за рјешавање линеарних једначина, неједначина и система једначина; - приказивати рјешења једначина и неједначина на различите начине (скуповна нотација, интервали, неједнакости, бројна оса); - бирати и комбиновати ефикасне методе рјешавања система линеарних једначина укључујући методу замјене, Гаусову методу елиминације и графичку методу; - рјешавати једначине и неједначине са апсолутним вриједностима; - користити рачунарске програме за рјешавање линеарних једначина и система једначина; - моделовати реалне проблеме коришћењем линеарних једначина (нпр. буџетирање, брзина и растојање, цијене производа); - користити рачунарске алате за графичко представљање рјешења система линеарних једначина. 	<p>Предмет:</p> <p>Физика</p> <p>Хемија</p> <p>Рачунарство и информатика</p>	<p>Тема:</p> <p>Мјерење физичких величина (Линеарна зависност физичких величина Рјешавање задатака из механике који укључују примјену линеарних функција у описивању односа између физичких величина (нпр. пут-вријеме, брзина-вријеме), као и анализа праволинијског кретања уз коришћење графичких приказа)</p> <p>Хемијске реакције и хемијске једначине (Стехиометрија У стехиометрији се често јављају једначине са једном или више непознатих, на пример, при балансирању хемијских реакција)</p> <p>Рачунарски системи и организација података (Употреба рачунарског софтвера за графичко приказивање рјешења система линеарних једначина)</p>

		Географија	Биосфера и педосфера (Линеарне једначине се могу користити у анализи демографских трендова, предвиђању популације и моделирању климатских промјена)
--	--	------------	--

Наставна тема: Пропорционалност			
Исходи учења	Активности ученика	Међупредметно повезивање	
<p>Ученик ће бити способан да:</p> <ul style="list-style-type: none"> - објасни појмове: размјера, пропорција, дужина пропорција, проста пропорција, директна и индиректна пропорција, продужена пропорција; - разликује директно и обрнуто пропорционалне величине у различитим контекстима; - примијени функцију директне и обрнуте пропорционалности на проблеме из реалног живота; - рјешава проблеме процентног и каматног рачуна и процјењује и интерпретира добијене резултате; 	<p>Ученик ће:</p> <ul style="list-style-type: none"> - трансформисати пропорције из једног облика у друге еквивалентне облике користећи особине пропорције; - препознати директно и обрнуто пропорционалне величине у различитим контекстима; - доказивати основне тврдње у вези са пропорцијама; - самостално истраживати и закључивати чињенице о постојању пропорционалних величина, као и величина које нису пропорционалне; - моделовати проблеме који се рјешавају уз помоћ пропорција; 	<p>Предмет:</p> <p>Физика</p>	<p>Тема:</p> <p>Сила (Њутнови закони, Омов закон, Притисак Пропорционалност је један од кључних концепата у физици и јавља се у многим законима. Други Њутнов закон, Омов закон Притисак је обрнуто пропорционалан површини ако је сила константна. Густина је пропорционална маси и обрнуто пропорционална запремини)</p>

<ul style="list-style-type: none"> - интерпретира и критички се осврће на добијене резултате рачунања пропорција и процентног рачуна; - примијени пропорционалност на рачун подјеле и мијешања и интерпретира добијене резултате. 	<ul style="list-style-type: none"> - табеларно и графички предстаљати и интерпретирати директно и обрнуто пропорционалне величине; - користити различите технике манипулисања пропорционалним величинама за рјешавање конкретних проблема из реалног живота и праксе; - користити рачунарске програме за представљање, израчунавање и приказ пропорционалних величина; - користити функције за процентни и каматни рачун у рачунарским програмима. 	<p>Хемија</p>	<p>Хемијске реакције и хемијске једначине (Пропорционалности у хемији: закон маса, стехиометрија, концентрације и гасни закони</p> <p>Закон сталних односа маса: У хемијским реакцијама супстанце реагују у фиксним пропорцијама. На примјер, вода (H_2O) увијек има однос 2:1 атома водоника и кисеоника.</p> <p>Стехиометријски прорачуни: Израчунавање масе производа и реагенса у реакцијама заснива се на пропорционалним односима молекулских маса)</p> <p>Тема. Раствори (Концентрација раствора је пропорционална количини растворене супстанце и обрнуто пропорционална запремини раствора)</p> <p>Тема: Материја (Гасни закони: Запремина гаса је пропорционална температури (Геј-Лисаков закон) и обрнуто</p>
---	--	---------------	---

		Географија	<p>пропорционална притиску (Бојл-Мариотов закон))</p> <p>Увод у физичку географију (Размјера на картама: Густина становништва: Број становника по јединици површине израчунава се као пропорционални однос становника и површине територије) Тема: Атмосфера (Ерозија и климатске промјене: Количина воде која носи земљиште може бити пропорционална нагибу терена и интензитету падавина)</p>
		Рачунарство и информатика	<p>Табеларна обрада података (Пропорционални односи се користе при анализи и визуелизацији података (нормализација, проценти)) Тема: Рачунарски системи и организација података (Сложеност великог броја елементарних алгоритама зависи линеарно од величине улаза)</p>

		Биологија	<p>Основе биологије ћелије (Одређене карактеристике организма (нпр. висина и тежина) могу бити у пропорционалном односу у различитим фазама развоја. Код ћелија, однос површине и запремине утиче на транспорт супстанци – мање ћелије имају већи однос површине и запремине, што омогућава ефикаснију размјену материја</p> <p>Тема: Основе молекуларне биологије (Пропорционални односи у Менделовим законима наслјеђивања (нпр. 3:1 однос доминантних и рецесивних особина). Концентрација кисеоника у крви зависи од пропорционалног односа парцијалног притиска кисеоника у плућима)</p> <p>Тема: Основни појмови биологије (Однос броја предатора и плијена у екосистемима прати пропорционалне везе у динамици популација)</p>
--	--	-----------	---

Наставна тема: Елементарна статистика			
Исходи учења	Активности ученика	Међупредметно повезивање	
<p>Ученик ће бити способан да:</p> <ul style="list-style-type: none"> - дефинише основне статистичке појмове: подаци, узорак, фреквенција, популација; - идентификује типове података који се могу обрадити статистичким методама; - прикупља, организује, класификује и анализира податке; - тумачи и дискутује табеларне и графичке приказе података; - израчунава основне статистичке мјере: аритметичка, геометријска и хармонијска средина, минимум и максимум узорка; - израчунава мјере централне тенденције (аритметичка средина, медијана, мод); - помоћу рачунара рачуна мјере варијабилитета (варијанса, стандардна девијација); - анализира податке представљене помоћу табела, стубичастих, линијских и кружних дијаграма; - примјењује и интерпретира мјере централне тенденције на конкретном проблему доноси закључке на основу анализираних података. 	<p>Ученик ће:</p> <ul style="list-style-type: none"> - прикупљати, организовати и структурирати податке; - анализирати различите скупове података (нпр. резултате тестова, метеоролошке податке, спортске статистике) и класификовати их по типовима; - рачунати статистичке величине на основу сакупљених података са и без употребе калкулатора; - користити рачунарске програме за израчунавање статистичких величина и визуелизацију података; - представљати податке помоћу табела, стубичастих, линијских и кружних дијаграма; - реализовати пројектни задатак који подразумијева прикупљање, анализу и интерпретацију података. 	<p>Предмет:</p> <p>Рачунарство и информатика</p> <p>Физика</p> <p>Географија</p> <p>Биологија</p>	<p>Тема:</p> <p>Табеларна обрада података (Коришћење софтвера за табеларну обраду података Визуелизација података помоћу дигиталних алата)</p> <p>Мјерење физичких величина (Анализа резултата експеримената Рад са мјерењима и статистичка грешка, Примјена статистичких метода у обради експерименталних података)</p> <p>Атмосфера (Статистичка анализа климатских података (температура, падавине) Демографска статистика (густина насељености, миграције) Графичко представљање географских података)</p> <p>Основни појмови биологије (Анализа података у екологији (бројност популације, биодиверзитет)</p>

		ВРОЗ	<p>Медицинска статистика (нпр. анализа учесталости одређених болести) Обрада резултата биолошких експеримената)</p> <p>Слободна тема (Статистичке методе у анализи анкета и истраживања јавног мнијења Обрада резултата психолошких тестова Анализа друштвених трендова и навика)</p>
		Физичко васпитање	<p>Процјена моторичких знања, моторичких и функционалних способности и морфолошких карактеристика (Анализа спортских резултата (просјечна брзина, број поена, фитнес тестови) Мерење и анализа параметара физичке спремности Корелација између физичке активности и здравствених параметара)</p>

Тема: Тригонометрија правоуглог троугла

Ову тему реализовати са посебним захтјевом потпуног разумијевања веза између страница и углова правоуглог троугла.

На почетку треба дефинисати тригонометријске функције у правоуглом троуглу преко односа дужина страница, извести основни идентитет: $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$, затим идентитете: $\sin(90^\circ - \alpha) = \cos\alpha$, $\cos(90^\circ - \alpha) = \sin\alpha$, $\operatorname{tg}(90^\circ - \alpha) = \operatorname{ctg}\alpha$ и израчунати њихове вриједности за углове 30° , 45° и 60° . Потом, у случају оштрог угла, доказати да су апсциса, односно ордината тачке која одговара том углу на тригонометријској кружници једнаке $\cos\alpha$, односно $\sin\alpha$.

При рјешавању правоуглог троугла треба се ограничити на једноставније, али разноврсније задатке. Посебну пажњу посветити примјени тригонометријских функција на рјешавање проблемских задатака. Користити примјере из реалног живота који могу заинтересовати и додатно мотивисати ученике за ову важну математичку област. На примјер: под којим углом је нагнут чувени торањ у Пизи, угао под којим падају сунчеви зраци, примјене у геологији, углови египатских пирамида, висине разних објеката и сл. У договору са наставником физике.

При рјешавању косоуглог троугла ученике наводити да самостално бирају одговарајућу теорему уз обавезно образложење избора. Повезати полупречник описане кружнице троугла са његовом површином и са површином паралелограма.

Ученицима сугерисати и помоћи да на поузданим интернет страницама пронађу едукативни садржај у вези са тригонометријом и повезницама тригонометрије са другим предметима, посебно са физиком. Ученицима препоручити поуздане видео материјале објављене на едукативним каналима за дијелење видео садржаја.

Основни задаци укључују рјешавање једноставних тригонометријских једначина, рачунање непознатих страна или углова у правоуглом троуглу. Напредни задаци укључују примјену идентитета у тригонометрији и рјешавање задатака са више корака.

Тема: Вектори у равни

Векторе посматрати само у равни, као усмјерене дужи. Линеарну (не)зависност уопште не треба посебно дефинисати, већ је у потпуности замијенити колинеарношћу вектора.

Повезати се са конкретним примјерима из реалног живота, помоћу којих ученици могу да стекну ширу слику о самом појму вектора. Узети за примјер спуштање скијаша низ брдо, или кретање чамца по ријеци. Могу се разматрати и примјери који директно потичу из физике, као што је нпр. кретање тијела низ косу раван, или неки други примјери разлагања силе на векторе. Наставник треба да се подсети које физичке величине су векторске и да међу њима одабере неколико њих за које сматра да су одговарајући. Наставник треба да ученике упуту и у мало напредније концепте везане за векторе и векторске просторе, без улажења у дубину. Када се вектор посматра као оријентисана дуж, потребно је да ученици достигну исходе везане за операцију сабирања и одузимања, као и множења вектора скаларом. Наставник треба да на часу користи рачунарске програме за рад са векторима (нпр. програме за динамичку геометрију) и да ученике упуту у рад са тим програмима. Користити практичне примјере којима се илуструје употреба вектора. То могу бити примјери у којима се сила разлаже на своје компоненте.

Тема: Реални бројеви

У прегледу бројева од природних до реалних, треба извршити систематизацију знања о бројевима стеченог у основној школи, посебно истичући принцип перманенције својстава рачунских операција. Наставник може да користи и табелу која приказује све подскупове скупа реалних бројева и њихове релације ($\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R}$, $\mathbb{Z} \subseteq \mathbb{R}$, $\mathbb{I} \subseteq \mathbb{R}$, $\mathbb{Q} \cap \mathbb{I} = \emptyset$). Како би ученици стекли дубљу свијест о својствима бројева, важно је да раде на разврставању бројева у одговарајуће скупове. Ово се може постићи помоћу интерактивних активности, као што је груписање бројева (нпр. задати групу бројева и тражити да ученици одреде који број припада којем скупу: \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} , \mathbb{I} , \mathbb{R}). Приликом увођења новог скупа, тј. приликом проширивања постојећег, објаснити та проширења у контексту потребе затворености скупа у односу на основне рачунске операције. Представити бројеве на бројевној правој, уз посебан акценат на ирационалне бројеве. Ова активност може се визуализовати геометријски, помоћу конструкције која прелази на графички приказ π , $\sqrt{2}$, e , како би ученици разумјели њихову позицију на реалној правој.

Посебну пажњу обратити на својства рачунских операција, као основу за рационализацију рачунања и трансформације израза у оквиру других јединица. Од ученика очекивати рутину у рачунању без помоћних средстава (употреба само папира и оловке), као и вјештине рачунања употребом дигитрона. Мотивисати ученике да „ручно“ израчунавају вриједности сложенијих израза, а да користе рачунарске програме за провјеру тачности рјешења. Поред основних метода, наставнику се сугерише да у процесу припреме за часове, а након тога и на самим часовима, ученицима презентује конкретне ситуације у којима се користе једноставни и сложенији рационални изрази. Нпр. изабрати неко сложеније израчунавање из физике (нпр. гравитациона сила, Кулонов закон, увезивање кондензатора, отпорника и рачунање укупног капацитета/отпора), хемије (квантитативно одређивање раствора), биологије (рачунање раста популације у зависности од задатих параметара). Могу се задавати и задаци у којима се комбинују различите мјерне јединице (нпр. килограми, грами, милиграми). Могу се конструисати и задаци из реалног живота, нпр. одређивање укупног износа мјесечних/годишњих рачуна за једно домаћинство (рачуни за струју, телефоне, гријање, воду, одвоз смећа, одржавање зграде...). Прорачуне усложњавати и поједностављивати по потреби. Повезати апроксимацију бројева са радом у рачунарском програму за табеларно израчунавање. Као дио ученичких активности, могу се направити табеларни прорачуни у којима се резултати израчунавања заокружују на двије децимале и ако се резултати користе без заокруживања. Конструисати примјер у коме се јасно види грешка која настаје недовољно добром апроксимацијом. Ученицима задати задатак да самостално истражују интернет у циљу проналажења добро осмишљеног калкулатора за апроксимацију (сугерисати кључне ријечи претраге, нпр. *online approximation calculator*).

Тема: Полиноми и алгебарски изрази

У настави полинома и алгебарских израза важно је приступити градираном увођењу концепата, водећи рачуна о претходном знању ученика. Иако су ову тему ученици дјелимично радили у основној школи, разумна претпоставка је да ученици нису усвојили захтјевније исходе учења, посебно исходе везане за множење и дијељење полинома, као и за сложеније поступке растављања полинома на просте факторе. На почетку, ученици се упознају са појмом полинома кроз једноставне примјере попут $3x^2 + 2x + 5$, гдје анализирају степен, коефицијенте и појединачне чланове. Да би се боље разумјела структура

полинома, наставник може користити табеларне приказе у којима ученици означавају врсту полинома у зависности од броја чланова (мономи, биноми, тринومي).

Када се савлада основна класификација, приступа се операцијама са полиномима. Ученике треба подстаћи да прво мануелно рјешавају задатке сабирања и одузимања, а затим да уоче законитости које ће им олакшати сложеније израчунае. Кроз реалне примјере, попут израчунавања укупног трошка производа који зависи од количине и фиксних трошкова, ученици могу видјети практичну примјену ових операција.

Множење полинома може бити представљено као проширење дистрибутивности. Даље, увођење метода разлагања полинома на чиниоце омогућава ученицима да се постепено припреме за рјешавање једначина, што има широку примјену у различитим областима математике. Један од занимљивих приступа може бити и повезивање са геометријским интерпретацијама, гдје се правоугаоници различитих димензија користе за визуализацију разлагања полинома.

Ученике упознати са Хорнеровом шемом, која омогућава једноставније дијељење полинома, нарочито када се провјеравају могући цјелобројни коријени. Анализа полинома као функција се може обављати и употребом рачунарских програма, што омогућава динамичан приказ и лакше разумијевање.

На крају, како би ученици стекли осјећај за широку примјену полинома, наставу треба повезати са другим наукама. У хемији се полиноми користе у стехиометријским прорачунима, у економији за анализу трошкова и прихода, а у информатици за одређивање сложености алгоритама.

Тема: Планиметрија

Учење геометрије у савременом наставном процесу захтијева пажљив приступ, који не подразумијева само усвајање апстрактних теорија и формула, већ и развој интуитивног разумијевања односа објеката у равни и простору.

Један од кључних аспеката наставе геометрије је интуитивно увођење основних геометријских појмова. Ово значи да не треба приступити аксиоматском методу од самог почетка, већ да наставник ученицима представи појмове као што су тачка, права, раван, угао и други, кроз примјере из свакодневног живота. На примјер, наставник може да илуструје односе између геометријских објеката користећи таблу или дигиталне алате, без потребе за формалним доказивањем. Када се разматра појам праве, наставник може ученицима показати да увијек постоји тачно једна права која садржи две различите тачке, што је интуитивно схватљиво.

Сљедећи корак у настави геометрије је повезивање теоријских појмова са практичним задацима из реалног живота. Ово ученицима даје смисао и сврху у учењу, јер виде да геометрија није само апстрактна наука, већ има широку примјену у свакодневним ситуацијама. Наставник има могућност да, на основу сопствене процјене, изабере које ће се теореме и тврђења радити детаљније. Овим се омогућава дубље разумијевање кључних геометријских концепата, као што су подударности троуглова и четири карактеристичне тачке троугла. При доказивању ових теорема, наставник треба да нагласи важност самог процеса доказивања и да ученицима покаже како се те теореме могу користити у рјешавању других геометријских проблема.

Такође, наставник може ученицима демонстрирати и сложеније доказе, али је важно да нагласак буде на основним и кључним тврђењима. При планирању наставе, наставник такође треба да разматра различите методе доказивања и уочавања законитости – класичне и дигиталне, које могу бити уређене тако да ученици развију своје аналитичке способности.

Дигиталне технологије имају велики потенцијал у настави геометрије. Наставник треба да усмјерава ученике на употребу дигиталних алата као што су геометријски софтвери и апликације за израчунавање и визуелизацију геометријских објеката. Уз помоћ ових алата, ученици могу експериментисати са различитим геометријским фигурама, израчунавати углове и површине, и увидјети како се одређени принципи примјењују у стварном времену.

Такође, ученици могу користити дигиталне ресурсе како би истраживали историјски развој геометрије, те научили о доприносима значајних математичара, као што су математичари античке Грчке (нпр. Питагора и Еуклид). Истраживање ових историских контекста може мотивисати ученике да дубље разумију значај геометријских принципа у развоју математике и других наука.

Тема: Линеарна функција

Препоручљиво је започети тему примјерима из свакодневног живота који илуструју линеарне зависности, попут цијене таксија у односу на пређену километражу или потрошње горива у односу на пређени пут. Овдје треба искористити прилику да се прецизно уведу основни појмови који су везани за функције: домен, кодомен, нула функције, инверзна функција, график функције. Увођење ових појмова треба да прате и конкретни примјери и визуелни - графички прикази. Приликом цртања графика линеарне функције, ученици треба да вјежбају ручно скицирање, али и да користе рачунарске програме, како би боље разумјели утицај параметара на положај праве у координатном систему. Наставник може, заједно са ученицима и у зависности од техничких могућности, да истражи различите рачунарске програме који се могу користити за скицирање и анализу линеарне функције. Наставник може организовати активности у којима ће ученици анализирати како се график мијења када се мијењају коефицијент уз независну промјенљиву или пресјек са ординатом.

Током анализе функције, ученици би требало да науче да идентификују домен, кодомен, нуле функције, знак и монотоност. Наставник треба да подстиче дискусију и рјешавање задатака у којима ће ученици читавати карактеристике функције са њеног графика и интерпретирати их у контексту задатог проблема.

Посебна пажња треба да се посвети практичној примјени линеарне функције. Ученици би требало да рјешавају проблеме из других предмета (физика, хемија, биологија и други), као и из стварног живота, коришћењем линеарних модела, као што су кретање, управљање приходима и трошковима.

Тема: Линеарна једначина, неједначина и системи линеарних једначина

Препоручује се да увођење теме започне примјерима из свакодневног живота који природно воде до потребе за постављањем и рјешавањем линеарних једначина. То могу бити ситуације као што су израчунавање укупне цијене производа са попустом,

дужине пута при датој брзини, или подјела трошкова. Циљ је да ученици препознају линеарне релације у практичним контекстима и повежу их са алгебарским записом једначина.

Приликом рада на једначинама, потребно је нагласити везу између алгебарских поступака и геометријске интерпретације (на примјер, рјешење једначине као пресјек праве са x -осом). Ученици би требало да вјежбају различите методе рјешавања једначина: трансформације, примјену правила еквиваленције и провјеру рјешења. Такође је важно увести терминологију попут "лијева и десна страна једначине", „идентичност“, „рјешење“, „скуп рјешења“.

Код неједначина, наставник треба да нагласи разлику у интерпретацији и запису рјешења – од појединачних бројева до интервала. Визуелизација на бројевној правој је посебно корисна. Ученици треба да увиде значај симбола $>$, $<$, \geq , \leq и да их правилно тумаче у различитим контекстима. Рјешавање неједначина може бити повезано са практичним проблемима као што су поређење цијена или одређивање граница прихватљивости у неком процесу.

Системи линеарних једначина треба да се уведу постепено, почевши од система са двије непознате. Наставник може користити примјере као што су рјешавање задатака који укључују двије количине – на примјер, комбиновање производа различитих цијена или брзине двије особе на путу ка истом одредишту. Ученици треба да упознају различите методе рјешавања система: метода замјене, Гаусова метода елиминације и графичка метода. Нагласак ставити на рјешавање система са двије непознате и примјену различитих метода рјешавања. Системе са три непознате радити на основном нивоу. Подстиче се истраживање геометријског значења – пресјек двије праве у равни.

Наставник треба да охрабрује ученике да размишљају критички о смислу добијеног рјешења, да провјеравају да ли рјешење задовољава све услове, и да тумаче рјешења у контексту задатка. Пожељно је користити и дигиталне како би ученици визуализовали рјешења и боље разумјели везу између алгебре и геометрије.

У завршној фази обраде теме, препоручује се укључивање задатака отвореног типа, као и реализација мини-пројеката у којима ученици формулишу и рјешавају системе једначина засноване на реалним проблемима.

Тема: Пропорционалност

Тема пропорција пружа изузетну прилику да ученици развију различите математичке и практичне вјештине. За успјешну реализацију наставе, важно је повезати теоријске концепте са конкретним животним ситуацијама. Наставник може да осмисли активности које ће ученицима помоћи да разумију и примјењују пропорције у стварном животу, као што су задаци везани за процјену кредита, каматне стопе, као и проблеми из физике или хемије.

Један од важних аспеката наставе треба да буде и табеларно и графичко приказивање пропорција, како на папиру, тако и у дигиталном облику. Ученици треба да развијају своје вјештине у анализи и визуализацији података, користећи различите рачунарске алате. На овај начин, они не само да ће научити како да рачунају пропорције, већ и како да их представе и интерпретирају. Поред тога, наставник може ученицима задати задатке који подразумевају рад у рачунарским програмима (на примјер, програмима за табеларну обраду података), чиме ће им бити омогућено да израчунавају и приказују пропорције на начин који је лако разумљив и примјенљив. Самостално истраживање такође треба бити у центру наставног процеса.

Наставник треба да објасни ученицима како се пропорције користе у другим предметима и стварним ситуацијама, као што су биологија, географија и информатика и наведе их да самостално, у пару или у групи спроведу одговарајућа истраживања. Оваква истраживања могу укључивати разматрање пропорција у друштвеним појавама (нпр. су БДП по становнику или курс валута), али и у природним законима, као што су однос густине и запремине у хемији или брзина и удаљеност у физици. Учење пропорција не треба бити ограничено на теоријске задатке, већ треба бити активно повезано с другим предметима. Тако ће ученици моћи да схвате како се овај концепт примјењује у различитим контекстима и како се пропорције користе у области, као што су стехиометријски прорачуни у хемији или анализа података у информатици. Препознавање и примјена директне и обрнуте пропорционалности у различитим предметима помоћи ће ученицима да стекну дубље и шире разумијевање овог важног математичког концепта.

Поред тога, ученици требају бити подстакнути да развијају своје критичко размишљање. Када рјешавају проблеме, важно је да не само рачунају, већ и да анализирају добијене резултате, разматрајући њихову примјену и значај. Дискусије и самосталне анализе добијених резултата ће им помоћи да боље разумију ограничења и могућности сваког прорачуна. Овај приступ ће оснажити њихову способност да разматрају податке у различитим контекстима и донесу информисане закључке.

У настави се такође може користити савремена технологија која ће ученицима омогућити да лакше и брже рачунају и визуализују пропорције. Поред тога, ученици могу научити како да примјењују различите рачунарске програме за каматни и процентни рачун, чиме се утиче на развој њихових дигиталних вјештина.

Тема: Елементарна статистика

Ученицима треба објаснити важност рада са подацима, као и како статистика помаже у разумијевању свијета око нас, доношењу објективних одлука и предвиђању будућих трендова. Акценат треба ставити на развијање способности ученика да самостално прикупљају, организују и анализирају податке, доносећи логичке и исправне закључке.

Приликом објашњавања основних појмова статистике, важно је користити једноставан и јасан језик. Поред формалних дефиниција, основне концепте, као што су подаци, узорак, фреквенција и популација, је потребно циљано и илустративно приказати и помоћу примјера из свакодневног живота. На пример, наставник може ученике подијелити у групе и задати им да биљеже одређене информације у разреду (нпр. начин доласка у школу, омиљени спорт, вријеме проведено на друштвеним мрежама и сл.).

Кроз конкретне примјере радити на увођењу свих начина приказивања података, укључујући: табеларни приказ, стубичасте и кружне графове, хистограме, линијске графиконе. Након тога, објаснити основне мјере централне тенденције. Код ових активности, потребно је планирати и синхронизовати наставни процес заједно са наставником предмета Рачунарство и информатика, јер се у одређеној мјери исходи учења из ова два предмета поклапају.

Доношење исправних закључака на основу анализираних података је кључна вјештина коју ученици треба да развију. Наставник треба да подстиче дискусију у учионици и да анализу резултата усмјерава ка циљу да ученици препознају могуће закључке на основу прикупљених података, али и да критички разматрају њихову тачност и поузданост. Посебан акценат треба

ставити на повезивање статистичких резултата са реалним ситуацијама, како би ученици схватили значај статистичке анализе у доношењу одлука у различитим областима – од економије и социологије, до науке и спорта.

У договору и сарадњи са другим наставницима, наставник може осмислити и реализовати пројектни задатак на тему „Статистика у свакодневном животу – прикупљање, анализа и интерпретација података“.

Циљ пројекта:

Ученици ће самостално прикупити податке, организовати их у погодне форме, анализирати основне статистичке величине и графички представити резултате, користећи традиционалне и дигиталне методе.

Фазе рада на пројекту:

1. Одабир теме и дефинисање проблема

Ученици ће одабрати област из које ће прикупити податке. Примјери тема:

- Дневне температуре у одређеном периоду
- Вријеме проведено на друштвеним мрежама
- Навике вјежбања међу вршњацима
- Расподјела оцјена на посљедњем тесту из математике
- Просјечна потрошња новца ученика у току седмице
- Број изостанака ученика са наставе/по одјељењима
- Број рођених беба у мом граду

Активност: Ученик формулише истраживачко питање и дефинише шта жели да истражи.

2. Прикупљање података

Ученици ће прикупити податке путем анкета, мјерења, интернет извора или постојећих статистичких извора.

Активност: Одабир одговарајуће методе прикупљања података и биљежење података у табелу.

3. Организација и обрада података

- Класификација података (квалитативни/квантитативни, дискретни/континуирани)
- Израчунавање основних статистичких мјера:
- Средње вриједности (аритметичка, геометријска, медијана)
- Распон, варијанса, стандардна девијација
- Фреквенција и релативна фреквенција

Активност: Креирање табела и израчунавање основних статистичких показатеља.

4. Визуелна презентација података

Ученици ће представити податке у облику:

- Ступчастог дијаграма
- Кружног дијаграма

- Линијског графика

Активност: Израда графика у програмима као што су Excel, GeoGebra или Python (Matplotlib).

5. Интерпретација и доношење закључака

Ученици анализирају шта подаци показују, да ли постоји одређена тенденција, шта се може закључити.

Активност: Писање кратког извјештаја са графичким приказом и закључцима.

6. Презентација резултата

Ученици представљају свој рад у форми презентације, постера или кратког извештаја.

Активност: Презентација у одјељењу, дискусија о резултатима и методологији истраживања.

Оцјењивање

Оцјењивање се врши у складу са Законом о средњем образовању и васпитању и Правилником о оцјењивању ученика у настави и полагању испита у средњој школи.

Уџбеник:

Користити у настави актуелни уџбеник одобрен од стране Министарства просвјете и културе Републике Српске.